

八年级数学·上 新课标 [北师]

第二章 实数

2.1 认识无理数

主讲：范建军

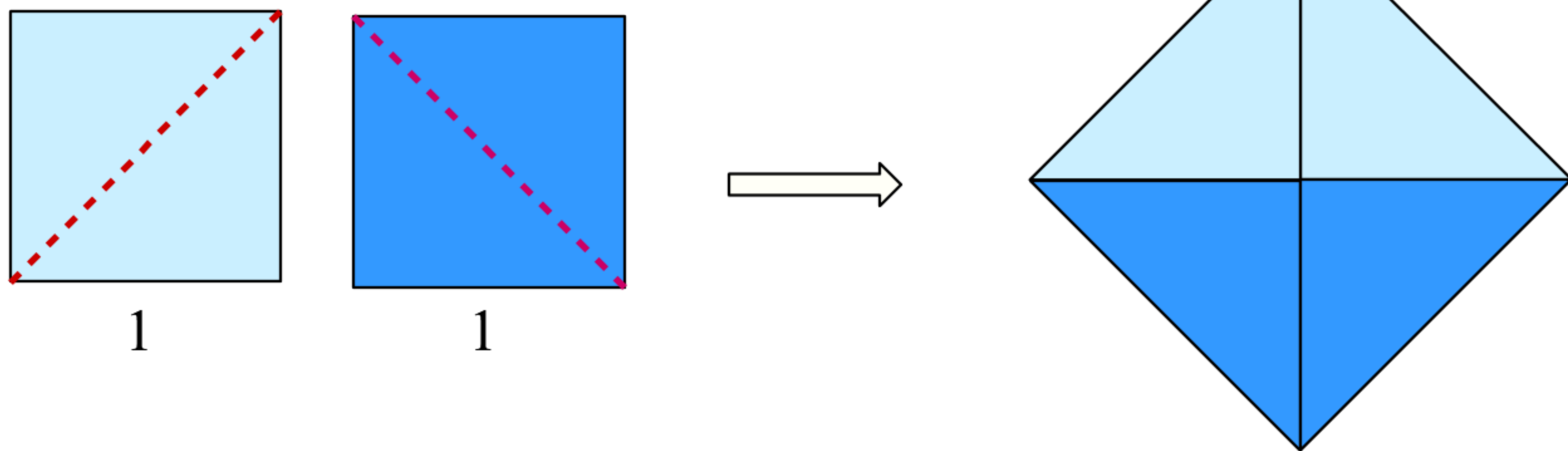
学习目标

情景引入

1. 了解无理数的基本概念. (重点)
2. 借助计算器估计无理数的近似值.

无理数的认识

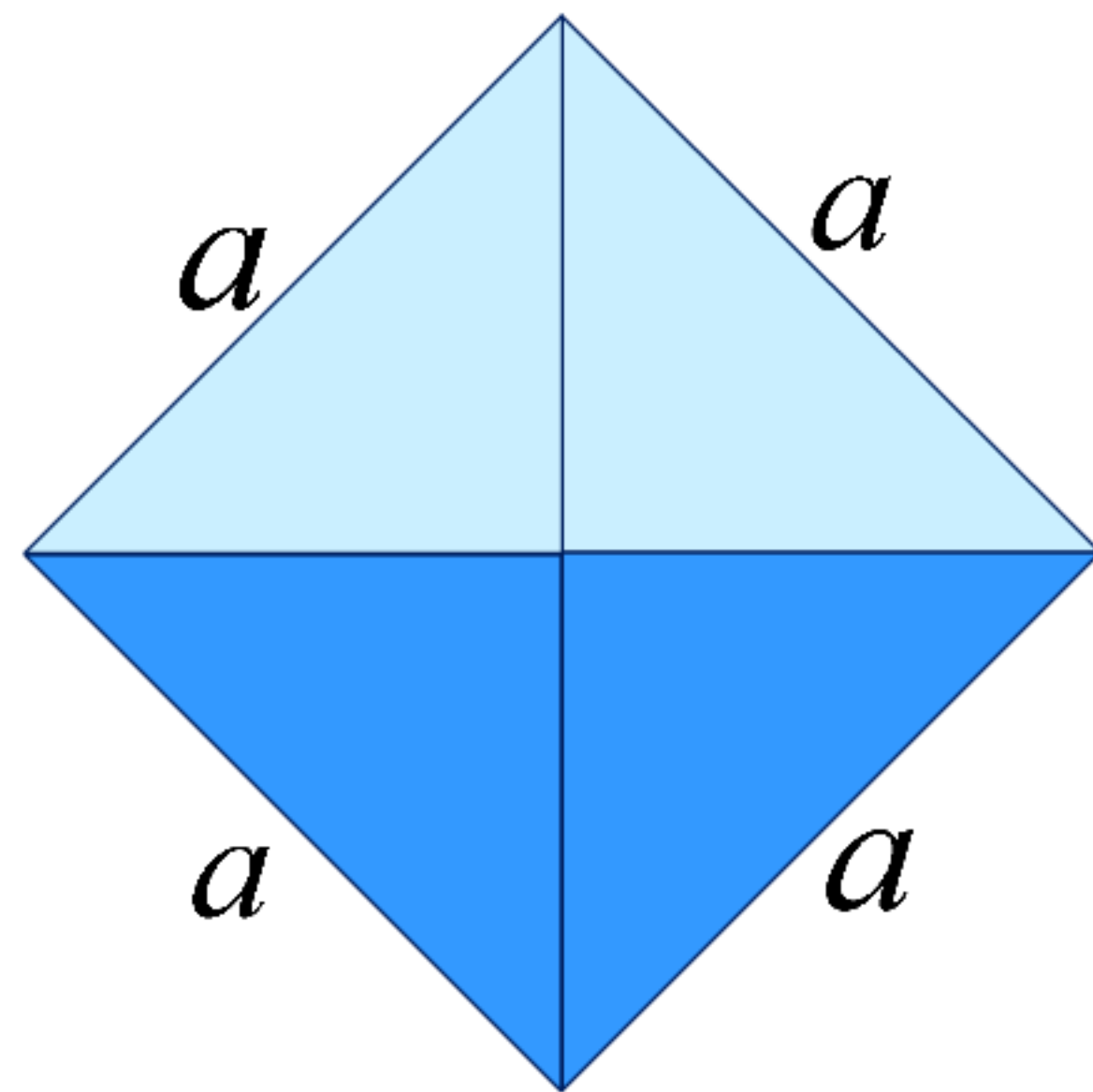
活动：把两个边长为1的小正方形通过剪、拼，设法得到一个大正方形，你会吗？



问题1: 设大正方形的边长为 a , 则 a 满足什么条件?

因为 $S_{\text{大正方形}}=2$, 所以 $a^2=2$.

追问1: a 是一个什么样的数? a 可能是整数吗?



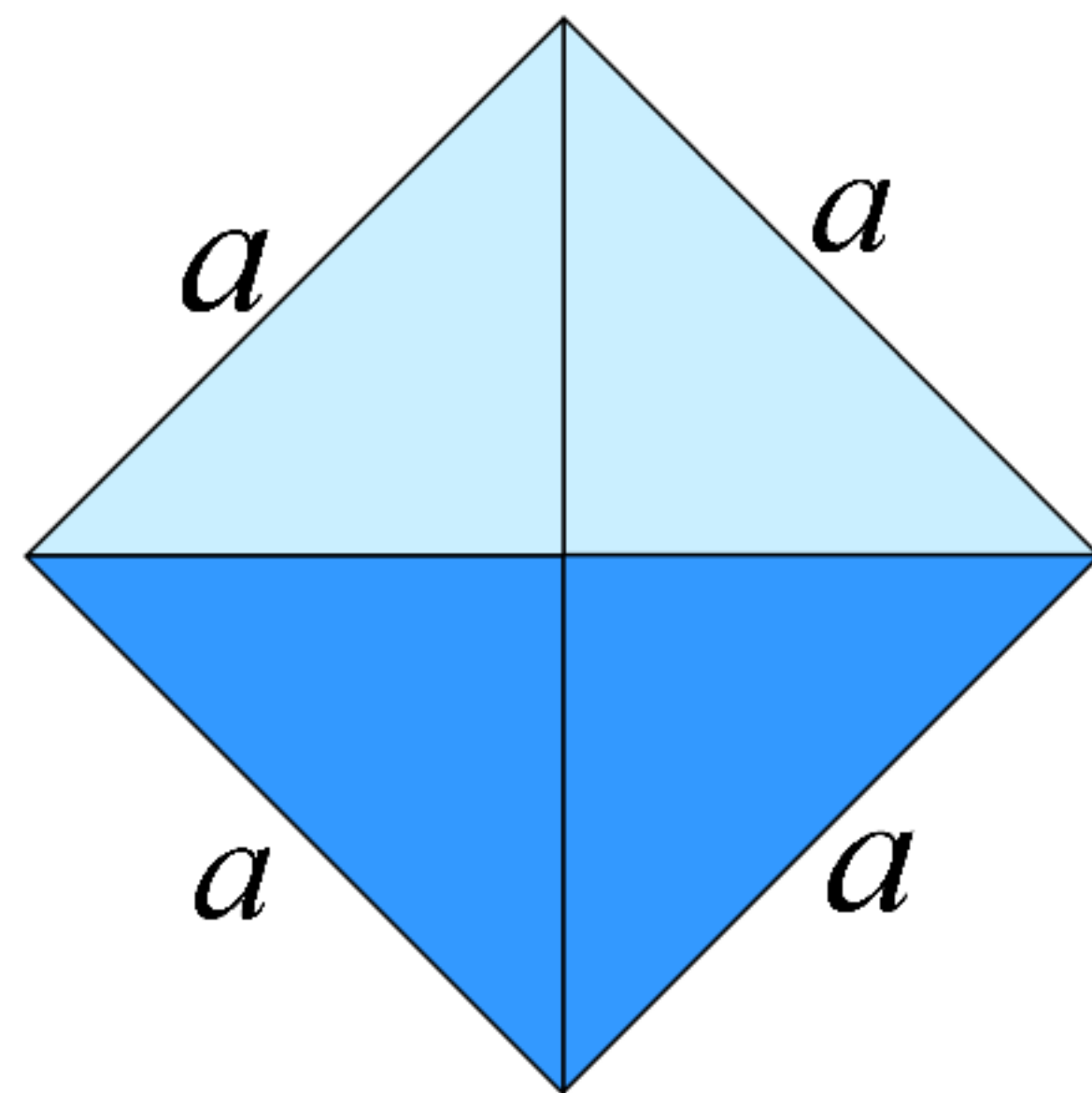
从“数”的角度：

$$\because a^2=2, \quad \text{而} 1^2=1, \quad 2^2=4$$

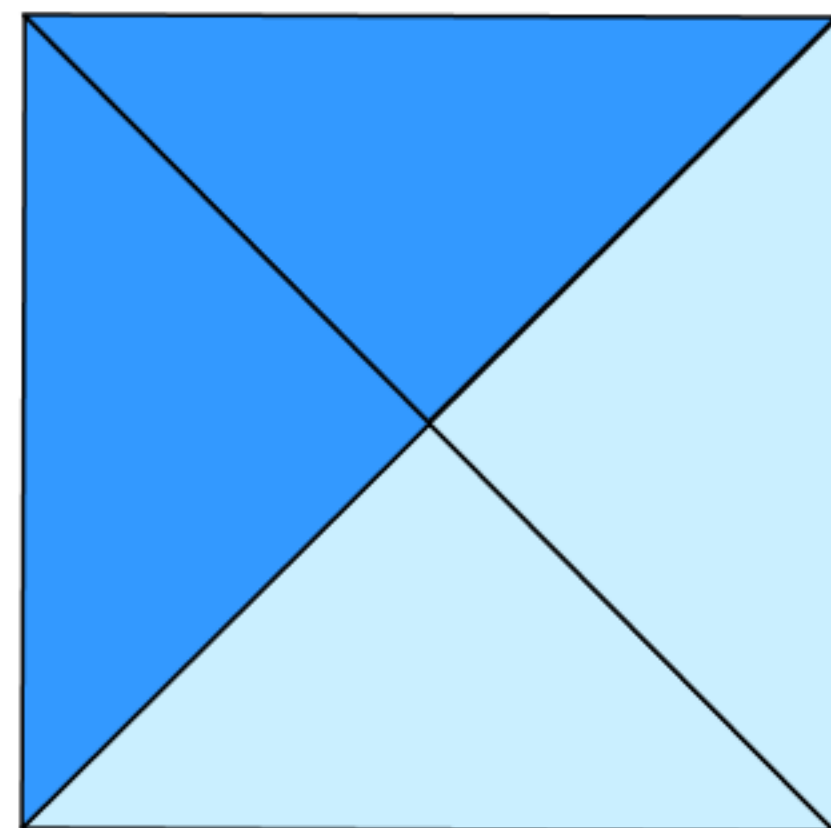
$$\therefore 1^2 < a^2 < 2^2,$$

$$\therefore 1 < a < 2,$$

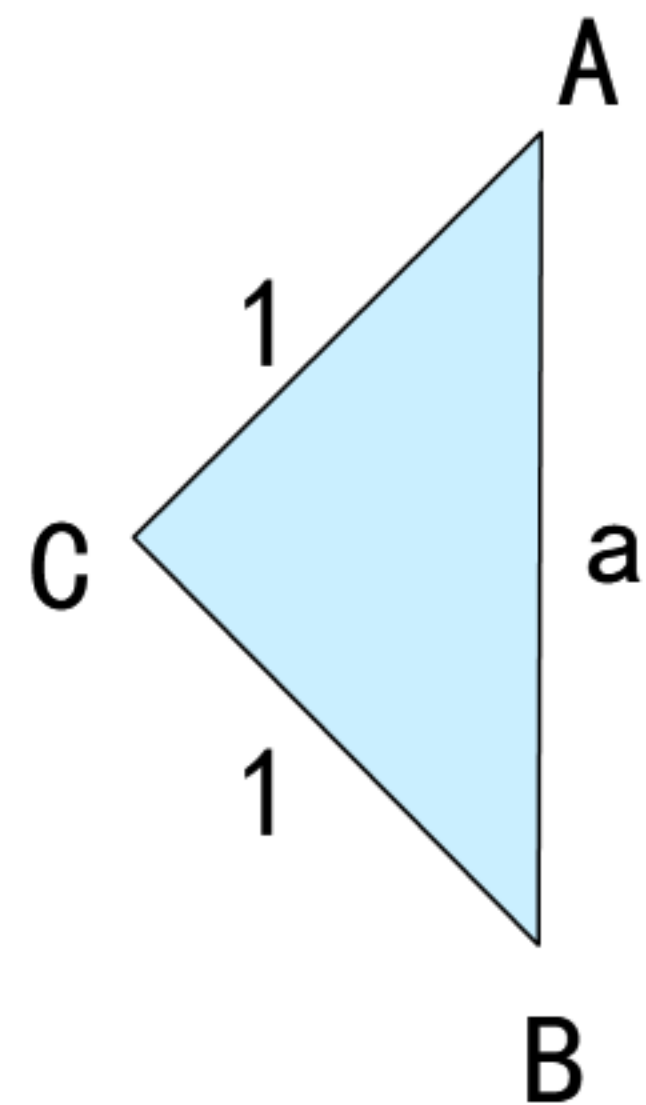
$\therefore a$ 不是整数



从“形”的角度：



取出一个三角形



在三角形ABC中, $AC=1$, $BC=1$, $AB=a$

根据三角形的三边关系：

$$AC - BC < a < AC + BC$$

所以 $0 < a < 2$, 且 $a \neq 1$, 所以 a 不是整数

追问2: a 可能是分数吗?

① a 是分母为2的分数吗?

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \dots\dots$$

② a 是分母为3的分数吗?

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} \dots\dots$$

③ a 是分母为4的分数吗?

$$\left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$\left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{49}{16} \dots\dots$$

④ a 是分母为多少的分数?

归纳: a 既不是整数, 也不是分数, 所以 a 不是有理数。

问题2: a 究竟是多少?

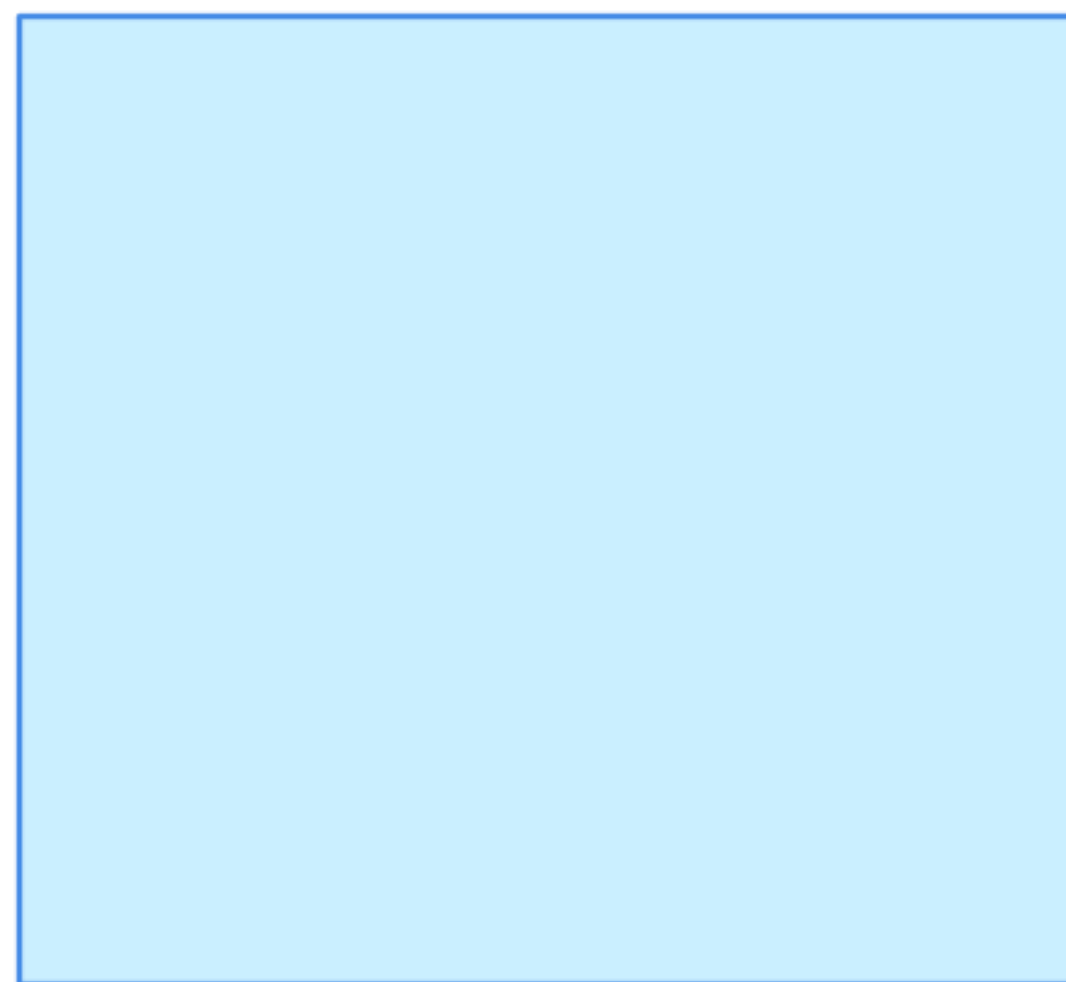


1



面积为2

a



2

- (1) 如图, 三个正方形的边长之间有怎样的大小关系?
- (2) a 的整数部分是几? 十分位是几? 百分位呢? 千分位呢?

完成下列表格

请同学们借助计算器进行探索

边长 a	面积 S
$1 < a < 2$	$1 < S < 4$
$1.4 < a < 1.5$	$1.96 < S < 2.25$
$1.41 < a < 1.42$	$1.9881 < S < 2.0164$
$1.414 < a < 1.415$	$1.999396 < S < 2.002225$
$1.4142 < a < 1.4143$	$1.99996164 < S < 2.00024449$

想一想

- (1) 边长 a 会不会算到某一位时，它的平方恰好等于2呢？为什么？
- (2) a 可能是有限小数吗？它会是一个怎样的数呢？

$a=1.414\ 213\ 56\dots$ ，它是一个无限不循环小数

做一做

估计面积为5的正方形的边长 b 的值，结果精确到百分位.

$b=2.236067978\dots$ ，它也是一个无限不循环小数

问题3: 使用计算器计算, 把下列有理数写成小数的形式, 你有什么发现?

$$3, -\frac{3}{5}, \frac{47}{8}, \frac{9}{11}, \frac{11}{90}, \frac{5}{9}$$

$$3 = 3.0, \quad -\frac{3}{5} = -0.6, \quad \frac{47}{8} = 5.875,$$

$$\frac{9}{11} = 0.\dot{8}1, \quad \frac{11}{90} = 0.1\dot{2}, \quad \frac{5}{9} = 0.\dot{5}$$

事实上, 任何一个有理数都可以写成有限小数或无限循环小数。

反过来, 任何有限小数或无限循环小数也都是有理数。

要点归纳

无限不循环小数为**无理数**。如 $\pi = 3.14159265\dots$,

$0.101\ 001\ 000\ 1\dots$ （两个1之间依次多1个0）



例： 下列各数中，哪些是有理数？哪些是无理数？

3.14, $-\frac{4}{3}$, 0.57, 0.1010001000001... (相邻两个1之间0的个数逐次加2) .

解： 有理数有：3.14, $-\frac{4}{3}$, 0.57;

无理数有：0.1010001000001... .

判断正误

每题时间：7秒



小黄鸡



小黄鸭

点击【开始授课】，预览活动效果